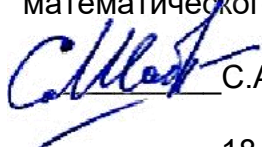


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа

 С.А. Шабров

18.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.30 Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование

Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация: Математическое и компьютерное моделирование

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма обучения: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: математического анализа

6. Составители программы: Найдюк Филипп Олегович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета, протокол от 18.03.2025 №0500-03

8. Учебный год: 2026/2027

Семестр: 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- получение базовых знаний и формирование основных навыков по компьютерной геометрии и геометрическому моделированию, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие пространственного геометрического мышления;
- овладение математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями, необходимыми для решения прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

- овладение студентами основными математическими методами компьютерной геометрии и геометрического моделирования;
- освоение современных информационных и компьютерных технологий для изображения и моделирования геометрических объектов;
- выработка умений решать типовые задачи с помощью программных продуктов на ЭВМ;
- использование технологий и компьютерных систем управления геометрическими объектами;
- формирование умений использовать математический аппарат для решения прикладных задач;
- приобретение навыков работы со специальной математической литературой.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» относится к учебным дисциплинам обязательной части блока Б1 основной образовательной программы направления подготовки 02.03.01 – «Математика и компьютерные науки» (бакалавр).

Дисциплина «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных по математическому анализу, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ПК-2.1	Способен строить алгоритмы и реализовывать их программными методами, в том числе на базе пакетов прикладных программ	ПК-2.1	Знает базовые основы современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности	Знать: принципы проектирования и разработки программных продуктов, критерии их качества; Уметь: оценить качество программ и пакетов прикладных программ; Владеть: навыками

				реализации программных продуктов.
ПК-2.2	Способен использовать современные методы математического и компьютерного моделирования при решении теоретических и прикладных задач	ПК-2.2	Умеет использовать математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов, в профессиональной деятельности; Имеет практический опыт применения современного математического аппарата, связанного с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности; Использует основные принципы алгоритмизации задач в рамках профессиональной деятельности и разработки компьютерных программ	Знать: основные алгоритмы в рамках профессиональной деятельности и принципы их работы; Уметь: свести поставленную задачу к этапам алгоритмизации и программирования; Владеть: навыками решения стандартных задач с применением информационно-коммуникационных технологий; всеми возможностями, предоставляемыми пакетами прикладных математических программ.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 3/108.

Форма промежуточной аттестации экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ семестра: 3
Аудиторные занятия			
в том числе:	лекции		
	практические		

	лабораторные		
Самостоятельная работа			
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – 36 час.)			
Итого:			

13.1 Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Математические основы геометрического моделирования	Описание геометрического объекта. Геометрические примитивы. Представление геометрического объекта с помощью геометрических примитивов. Геометрические объекты на плоскости и в пространстве. Математическая модель кривых линий и поверхностей. Описание количественных характеристик геометрических объектов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
1.2	Преобразования системы координат на плоскости	Преобразования декартовых прямоугольных координат: сдвиг, масштабирование, поворот, симметрия относительно линий. Преобразование компонент векторов на плоскости. Однородные координаты. Описание кривых линий на плоскости. Понятие обыкновенных и особых точек. Натуральная параметризация кривой. Кривизна кривой с натуральной параметризацией. Соприкасающаяся окружность. Эволюта и эвольвента. Теорема связи представлений эволюты и эвольвенты.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
1.3	Преобразования системы координат в пространстве	Преобразования декартовых прямоугольных координат: сдвиг, масштабирование, поворот, симметрия относительно плоскостей. Преобразование компонент векторов в пространстве. Однородные координаты. Описание кривых линий в пространстве. Понятие обыкновенных и особых точек. Крочение и кривизна кривой с натуральной	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886

		параметризацией. Сопровождающий трёхгранник. Формулы Френе-Серре. Вектор Дарбу. Описание геометрии поверхностей. Координатные линии поверхности. Моделирование поверхностей и тел. Поверхности Безье, поверхности Кунса, сплайновые поверхности.	
1.4	Основы геометрического моделирования. Внутренняя геометрия поверхности	Первая квадратичная форма поверхности. Следствия первой геометрической формы поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Деривационные формулы Вейнгартена.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
1.5	Основы геометрического моделирования. Кривизна линий на поверхности	Нормальное сечение поверхности. Понятия кривизн поверхности: нормальная кривизна, геодезическая кривизна, средняя кривизна, гауссова кривизна. Теорема Менье. Формула Эйлера. Эллиптические, гиперболические и параболические точки поверхности. Третья квадратичная форма поверхности. Теорема связи коэффициентов квадратичных форм поверхности. Тензоры поверхности. Формулы Гаусса и Петерсона-Кодацци. Тензор Римана. Криволинейные координаты. Ковариантные и контравариантные компоненты метрического тензора. Символы Кристоффеля. Тензоры в криволинейных координатах.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
1.6	Моделирование кривых линий	Понятие пространственной и двумерной кривой. Отрезок. Прямая линия. Плоские кривые. Кривые второго порядка. Характеристическое уравнение кривой. Моделирование кривых линий: сплайны и кривые Безье. Алгоритм Де-Кастелье. Рациональные кривые Безье.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
2. Практические занятия			
3. Лабораторные занятия			
3.1	Описание геометрического объекта	Геометрические примитивы. Представление геометрического объекта с помощью геометрических примитивов. Геометрические объекты на плоскости и в пространстве. Математическая модель кривых линий и поверхностей. Описание количественных характеристик геометрических объектов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886

3.2	Плоская графика: растровые графические системы	Знакомство с растровыми графическими технологиями. Способ хранения изображения. Преимущества и недостатки растрового представления графики. Понятие графического редактора. Основные сведения о графических редакторах: Paint, Adobe Photoshop, Gimp, Corel Painter, Pixia. Классификация растровых пакетов файлов. Создание и редактирование изображений в графических редакторах: Paint и Gimp. Средства рисования. Фильтры и инструменты. Создание простейшей анимации.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
3.3	Плоская графика: векторные графические системы	Знакомство с векторными и гибридными графическими технологиями. Способ хранения изображения. Преимущества и недостатки векторного представления графики. Понятие графического редактора. Основные сведения о графических редакторах: InkScape, Corel Draw, OpenOffice Draw, Xara Photo & Graphic Designer. Создание и редактирование изображений. Средства рисования. Создание векторных объектов в графическом редакторе InkScape. Конструкторы кривых и поверхностей. Преобразования геометрических тел в среде графического редактора InkScape. Кривые Бернштейна-Безье.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886
3.4	Построение и анализ геометрических объектов по их основным характеристикам	Знакомство с системой компьютерной алгебры Maxima. Основной синтаксис языка Maxima. Решение простейших прикладных задач с помощью программирования в Maxima. Использование встроенных механизмов геометрического моделирования в Maxima. Геометрическое решение задач точными и приближенными методами в Maxima.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
01	Математические основы геометрического моделирования	1			2	3
02	Преобразования системы	2		1	2	5

	координат на плоскости					
03	Преобразования системы координат в пространстве	2		1	2	5
04	Основы геометрического моделирования. Внутренняя геометрия поверхности	2			6	8
05	Основы геометрического моделирования. Кривизна линий на поверхности	3		1	4	8
06	Моделирование кривых линий	2		1	4	7
07	Описание геометрического объекта			2	2	4
08	Плоская графика: растровые графические системы	1		3	6	10
09	Плоская графика: векторные графические системы	1		3	6	10
10	Построение и анализ геометрических объектов по их основным характеристикам	2		4	6	12
Итого		16		16	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

В процессе освоения дисциплины «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» студенты должны посетить лекционные и лабораторные занятия и сдать экзамен.

Указания для освоения теоретического и практического материала:

1. Обязательное посещение лекционных и лабораторных занятий по дисциплине с конспектированием излагаемого преподавателем материала в соответствии с расписанием занятий.

2. Получение в библиотеке рекомендованной учебной литературы и электронное копирование рабочей программы с методическими рекомендациями, конспекта лекций.

3. Копирование (электронное) перечня вопросов к экзамену по дисциплине, а также списка рекомендованной литературы из рабочей программы дисциплины.

4. При подготовке к лабораторным занятиям по дисциплине необходимо изучить рекомендованный лектором материал, иметь при себе конспекты соответствующих тем и необходимый справочный материал.

5. Необходимо ознакомиться со всеми необходимыми для усвоения курса материалами, размещёнными на платформе «Электронный университет ВГУ» по адресу: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886>

6. Рекомендуется следовать советам лектора, связанным с освоением предлагаемого материала, провести самостоятельный Интернет – поиск информации по ключевым словам курса и ознакомиться с найденной информацией при подготовке к экзамену по дисциплине.

Студент допускается к сдаче экзамена, если имеет на руках конспект основного теоретического материала, имеет отчёты по всем лабораторным работам, имеется зачёт по контрольной работе.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и лабораторных занятий (приведены ниже), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (выполнению лабораторных заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и лабораторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и лабораторным занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и лабораторных заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (3 семестр – экзамен).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<u>Дегтярев, В. М.</u> Компьютерная геометрия и графика / В.М. Дегтярев. – Москва: Издательский центр "Академия", 2013.– 191 с.
2	<u>Компьютерная геометрия и графика</u> / Л.Б. Филиппова, Р.А. Филиппов, А.А. Кузьменко [и др.]. – Москва: ФЛИНТА, 2018. – 246 с. – [Электронный ресурс] // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/113458
3	<u>Васильев, Н.П.</u> Компьютерная геометрия и графика. Моделирование кривых / Н. П. Васильев. – Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2023. 56 с. – [Электронный ресурс] // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/347987
4	<u>Панчук, К.Л.</u> Математические основы геометрического моделирования кривых линий / К. Л. Панчук, В. Ю. Юрков, Н. В. Кайгородцева. Омск: Омский государственный технический университет (ОмГТУ), 2020. – 200 с. – [Электронный ресурс]: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=682321

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	<u>Свертилова, Н.В.</u> Компьютерная графика: справочно-методическое пособие / Н. В. Свертилова, А. И. Митин. – Москва, Берлин: Директ-Медиа, 2016. 252 с. – [Электронный ресурс]: URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=443902
2	<u>Никулин, Е.А.</u> Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики / Е.А. Никулин. – СПб.: БХВ-Санкт-Петербург, 2003. – 550 с.
3	<u>Голованов, Н.Н.</u> Компьютерная геометрия / Н.Н. Голованов [и др.]. – М.: Академия, 2006. – 510 с.
4	<u>Голованов, Н.Н.</u> Геометрическое моделирование / Н.Н. Голованов. – М.: Изд-во Физ.-мат. лит., 2002. – 472 с.
5	<u>Богданова, Т.В.</u> Компьютерная графика / Богданова Т. В. Кемерово: КузГТУ имени Т.Ф. Горбачева, 2014. 65 с. – [Электронный ресурс] // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/115098
6	<u>Тихомиров, Ю.В.</u> Программирование трехмерной графики / Юрий Тихомиров. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 304 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	<i>Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)</i>
2	<i>Электронно-библиотечная система "Консультант студента". – (http://www.studentlibrary.ru/)</i>
3	<i>Электронно-библиотечная система «Издательства Лань». – (https://e.lanbook.com/)</i>
4	<i>Электронно-библиотечная система "РУКОНТ". – (https://rucont.ru/)</i>

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	<u>Найдюк, Ф.О.</u> Математическое моделирование смешанных задач средствами компьютерной графики / Ф.О. Найдюк. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2019. – 45 с.
2	<u>Найдюк, Ф.О.</u> Моделирование и компьютерная графика / Ф.О. Найдюк. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 80 с.

Самостоятельная работа студента-бакалавра, прежде всего, заключается в изучении литературы, дополняющей материал, излагаемый на лекции и в ходе лабораторных работ. Необходимо овладеть навыками библиографического поиска, уметь находить подходящие источники, творчески и критически перерабатывать информацию, научиться определять методы исследований.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации и проверка контрольной работы через образовательный портал «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886>.

Лабораторные работы осуществляются с использованием ЭВМ и прикладного ПО: Gimp, Inkscape, Maxima.

Выполненные контрольные задания согласуются дистанционно посредством образовательного портала «Электронный университет ВГУ»: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=9886>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных занятий используется учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель. Для проведения лабораторных занятий используются компьютерные лаборатории факультета, оснащённые лицензионным и/или свободно распространяемым программным обеспечением: Ubuntu, Linux (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>); Gimp (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.gimp.org/about/>); Inkscape (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://inkscape.org/about/license/>); Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>); MozillaFirefox (MozillaPublicLicense (MPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.mozilla.org/en-US/MPL/>).

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>), электронно-библиотечной системы «Издательства Лань» (электронный каталог: <https://e.lanbook.com>).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Математические основы геометрического моделирования	ПК-2.1	ПК-2.1	Устный опрос
2.	Преобразования системы координат на плоскости	ПК-2.1	ПК-2.1	Устный опрос, Комплект лабораторных заданий, Контрольная работа
3.	Преобразования системы координат в пространстве	ПК-2.1	ПК-2.1	Устный опрос, Комплект лабораторных заданий
4.	Основы геометрического моделирования. Внутренняя	ПК-2.1, ПК-2.2	ПК-2.1, ПК-2.2	Устный опрос, Комплект лабораторных заданий, Контрольная работа

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	геометрия поверхности			
5.	Основы геометрического моделирования. Кривизна линий на поверхности	ПК-2.1, ПК-2.2	ПК-2.1, ПК-2.2	Устный опрос, Комплект лабораторных заданий
6.	Моделирование кривых линий	ПК-2.1, ПК-2.2	ПК-2.1, ПК-2.2	Устный опрос, Комплект лабораторных заданий
Промежуточная аттестация форма контроля - экзамен				<i>Перечень вопросов, Комплект лабораторных заданий, Контрольная работа</i>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- выполнение лабораторных работ;
- контрольная работа.

Примерный перечень комплекта лабораторных заданий

1. Выполнить заливку с затравкой для произвольной гранично-определенной четырёх связной области, заливку с затравкой произвольной области горизонтальными линиями.
2. Реализовать практически алгоритмы Брезенхэма для построения окружности, эллипса, дуги окружности, дуги эллипса, построения сектора окружности и эллипса.
3. Визуализировать на примере суть реализации алгоритма Сазерленда-Коэна.
4. Отсортировать набор точек по заданному направлению. Построить сложный контур из трёх стандартно заданных.
5. Реализовать модификацию алгоритма Брезенхэма для построения линий заданной толщины с заданным шаблоном.
6. Реализовать алгоритм Кируса-Бека в пакете Inkscape.
7. Реализовать алгоритм Брезенхэма для построения отрезка. Сравнить результат со встроенной функцией.
8. Построить параметрические кривые (например, спираль Архимеда и т.д.), кривую Безье по заданному количеству точек.
9. Построить изображения шара, цилиндра, тора в виде многогранников с удалением невидимых граней. Нанести текстуру.
10. Произвести оконтуривание фигурного текста по заданному шаблону.

Примерный перечень заданий контрольной работы

Вариант 1

Задание 1. В графическом редакторе Gimp на холсте размером 1024x768 построить объект, состоящий из геометрических объектов: прямоугольники размером 500x400 (позиция 200x300), размером 130x250 (позиция 550x450), размером 250x200 (позиция 250x400), трапеция размером 40x100 (позиция 260x250 → 260x160 → 300x160 → 300x220), треугольник размером 450x100 (позиция 200x300 → 450x100 → 700x300). Произвести анимацию объекта.



→

Задание 2. В системе Maxima решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и построить график:

$$\begin{cases} 2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Задание 3. В системе Maxima численно решить задачу Коши для дифференциального системы дифференциальных уравнений и представить решение в пространстве в графическом виде:

$$\begin{cases} \frac{dC_a}{dt} = -0,1 \cdot C_a \\ \frac{dC_b}{dt} = 0,1 \cdot C_a - 0,5 \cdot C_b \\ \frac{dC_c}{dt} = 0,5 \cdot C_b \end{cases}, \quad \begin{cases} C_a(0) = 1 \\ C_b(0) = 0 \\ C_c(0) = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

Задание 1. В графическом редакторе Inkscape на холсте построить объект, состоящий из геометрических объектов: пятиугольная звезда 400x400, приведённая в трёхмерный вид, и фигурный текст, ооконтуренный по спирали (нелинейность 3, внутренний радиус 0,8).



Задание 2. В системе Maxima решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и построить график:

$$\begin{cases} -\frac{y}{x} + y' = x^2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Задание 3. В системе Maxima численно решить задачу Коши для дифференциального системы дифференциальных уравнений и представить решение на плоскости в графическом виде:

$$\begin{cases} \frac{dY_0}{dt} = -3,5 \cdot Y_0 + Y_0^2 \cdot Y_1 + 1 \\ \frac{dY_1}{dt} = 2,5 \cdot Y_0 - Y_0^2 + 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} Y_0(0) = 1 \\ Y_1(0) = 1 \end{cases}$$

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- экзамен.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Понятие графического примитива
2. Преобразования координат точек в пространстве
3. Преобразования координат двумерных точек
4. Сдвиг и поворот точки в пространстве
5. Сдвиг и поворот в плоскости
6. Операция масштабирования и симметрии относительно плоскости
7. Операция масштабирования в плоскости и симметрии относительно линии
8. Кривая. Параметризация кривой. Натуральная параметризация
9. Сопровождающий трёхгранник. Формулы Френе-Серре
10. Кривизна кривой. Понятие соприкасающейся окружности
11. Кручение кривой. Вектор Дарбу
12. Теорема о характеристике кривой по параметрам кривизны и кручения
13. Двумерная кривая. Понятие эволюты и эвольвенты
14. Поверхность. Параметризация поверхности. Координатные линии поверхности
15. Первая квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
16. Вторая квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
17. Дериационные формулы Вейнгартена
18. Теорема Менье
19. Понятие главных кривизн поверхности
20. Виды кривизн поверхности. Основное свойство главных кривизн поверхности
21. Классификация точек поверхности
22. Третья квадратичная форма поверхности. Геометрически смысл
23. Формула связи квадратичных форм
24. Классификация графических редакторов
25. Преимущества и недостатки растровой графики
26. Преимущества и недостатки векторной графики
27. Основные форматы растровой графики
28. Система компьютерной алгебры – Maxima (основной синтаксис)
29. Элементарные функции системы компьютерной алгебры – Maxima
30. Способы построения решений ДУ или функций в геометрическом виде в системе компьютерной алгебры – Maxima

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- Знание принципов проектирования и разработки программных продуктов, критерии их качества; методов формализации задачи на основе математического моделирования и теории приближенных методов; принципов проектирования и разработки программных продуктов на основе применения современного математического аппарата; стандартных задач профессиональной деятельности с применением информационно-коммуникационных технологий;

области применения пакетов прикладных программ; основных алгоритмов в рамках профессиональной деятельности и принципы их работы; основных информационных технологий и методов работы с информационными технологиями в своей предметной области; основных положений геометрического моделирования и элементов компьютерной геометрии, задач построения кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; основных теорем о характеристиках кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве; основ графических редакторов по работе с растровой и векторной графикой.

- Умение оценить качество программ и пакетов прикладных программ; свести поставленную задачу к этапам алгоритмизации и программирования; реализовать подготовленные программные продукты и программные комплексы в различных областях человеческой деятельности; решать стандартные задачи профессиональной деятельности; эффективно их использовать; использовать принципы алгоритмизации при решении профессиональных задач; решать основные типы задач на построение кривых и поверхностей на плоскости и в пространстве как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО; решать специальные типы задач геометрически как аналитически, так и с помощью ЭВМ, с использованием специального ПО.
- Владение навыками реализации программных продуктов; навыками формализации и подбора метод решения; методами оценки качества подготовленных программных продуктов и программных комплексов; навыками решения стандартных задач с применением информационно-коммуникационных технологий; всеми возможностями, предоставляемыми пакетами прикладных математических программ; математическим аппаратом, информационными и компьютерными технологиями в области геометрического моделирования для решения прикладных задач; навыками применения стандартных прикладных программ для ЭВМ в целях ускорения решения задач.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Глубокие исчерпывающие знания всего программного материала, понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Логически последовательные, полные, правильные и конкретные ответы на все основные вопросы. Правильные и конкретные ответы на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень и выше порогового	Отлично
Твердые и достаточно полные знания программного материала, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений. Последовательные и правильные, но недостаточно развернутые ответы на основные вопросы. Правильные ответы на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень и выше порогового	Хорошо

Правильные и конкретные, без грубых ошибок ответы на основные вопросы. Наличие отдельных неточностей в ответах. В целом правильные ответы с небольшими неточностями на дополнительные вопросы.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Плохое владение материалом: ответ неверен, отсутствие ориентации в предмете, когда количество неправильных ответов превышает количество допустимых для положительной оценки.	Ниже порогового уровня	Неудовлетворительно

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые):

ПК-2.1.

Задание №1.

Как называются геометрические свойства поверхности, которые можно установить с помощью первой квадратичной формы поверхности?

1. асимптотическая симметрия	2. геодезические кривизны
3. характеристика распрямления	4. внутренняя геометрия

Задание №2.

Характеристика поверхности, служащая для определения искривленности поверхности, называется

1. эвольвентой	2. второй квадратичной формой
3. натуральной параметризацией	4. тензором поверхности

Задание №3.

Сопровождающий трёхгранник кривой содержит ... обязательных параметров.

1. 4	2. 8
3. 6	4. 10

Задание №4.

Аналитической кривой не является

1. парабола	2. окружность
3. спираль	4. мнимый эллипс

Задание №5.

Деривационные формулы Вейнгартена указывают на зависимость ...

1. первой и второй квадратичных форм	2. матриц модификаций векторов и точек
3. векторов сопровождающего трёхгранника	4. главных направлений поверхности

Задание №6.

Уравнения $k = k(s), \chi = \chi(s)$ называются ... уравнениями кривой на плоскости и в пространстве.

1. каноническими	2. параметрическими
3. характеристическими	4. натуральными

Задание №7.

Произведение главных кривизн в данной точке поверхности называется ... кривизной.

1. гауссовой	2. формальной
3. эйлеровой	4. главной

Задание №8.

Соотношение $dm = -\lambda dr$ позволяет определить ... поверхности.

1. направление коллинеарности	2. главные кривизны
3. координатную сетку	4. нормальное сечение

Задание №9.

Теорема Менье устанавливает соответствие между такими параметрами как: радиус кривизны произвольной кривой в заданной точке на поверхности и ...

1. векторами сопровождающего трёхгранника	2. коэффициентами второй квадратичной формы
3. радиусом нормального сечения	4. касательной плоскостью в этой точке

Задание №10.

Проекция производной второго порядка радиуса вектора кривой на поверхности на нормаль к поверхности характеризует ...

1. искривление поверхности	2. направление выпуклости
3. наличие точки закругления	4. угол координатных линий

Задание №11.

Уравнения $k = k(s), \chi = \chi(s)$ называются ... уравнениями кривой на плоскости и в пространстве.

1. каноническими	2. параметрическими
3. характеристическими	4. натуральными

ПК-2.2.

Задание №12.

Имеется ли в Gimp возможность импортирования сторонних градиентов, кистей, текстур и сценариев?

1. да, без ограничений	2. да, только кисти
3. нет такой возможности	4. лишь частично

Задание №13.

Какая команда в Inkscape позволяет создать одну или несколько копий геометрического тела, изменение и цвет которых зависит и меняется от исходного геометрического тела, но не наоборот?

1. вырезать → вставить	2. копировать → вставить
3. создать клон	4. разгруппировать

Задание №14.

Какая из указанных команд Maxima позволяет построить график непосредственно в теле проекта?

1. wxdraw2d	2. draw3d
3. plot2d	4. write

Задание №15.

Какое из приведённых приложений может сформировать динамику изменения графика функции?

1. Geogebra	2. FoxitReader
3. Maxima	4. Inkscape

Задание №16.

Название команды, позволяющей в Gimp осуществлять взаимное проникновение двух графических слоёв.

1. добавить маску слоя	2. виньетирование
3. слой к размеру изображения	4. альфа-канал в выделение

Задание №17. Какие из указанных программ относятся к растровым графическим редакторам:

1. Gimp	2. Krita
3. Inkscape	4. Paint.NET

Задание №18. Какая из указанных программ создаёт, изменяет и модифицирует формат векторной графики SVG:

1. Gimp	2. Krita
3. Inkscape	4. Paint.NET

Задание №19. Укажите формат хранения графической информации, поддерживающий алгоритм сжатия с потерями:

1. JPG	2. PNG
3. SVG	4. BMP

Задание №20. Алгоритм LZW это алгоритм, поддерживающий ...:

1. анимацию	2. сжатие без потерь
3. работу со слоями	4. 48 битное цветовое окружение

Задание №21. Какой из указанных классов цветовых моделей не относится к таковым:

1. аддитивный класс	2. субтрактивный класс
3. перцепционный класс	4. инъективный класс

Задание №22.

В каком формате по умолчанию сохраняет графические изображения редактор Gimp?

1. xcf	2. jpg
3. eps	4. gif

Задание №23.

Какой из указанных графических редакторов можно использовать для точного построения и идеального масштабирования кривых второго порядка?

1. Gimp	2. Adobe Photoshop
3. Paint	4. Inkscape

Задание №24.

Какой формат растрового изображения позволяет описывать динамику движения геометрических тел на сцене?

1. pdf	2. tiff
3. bmp	4. gif

Задание №25.

В приложении ... можно решать задачу Коши в графическом виде.

1. Krita	2. Maxima
3. Paint	4. Inkscape

Задание №26.

В приложении Maxima функция ... позволяет численно решать нелинейные начальные задачи для дифференциальных уравнений и систем.

1. solve	2. draw
3. rk	4. integrate

Задание №27.

Как называется инструмент Gimp, позволяющий «натягивать» любое растровое изображение на «Сферу», «Параллелепипед» и «Цилиндр»?

1. альфа-канал в выделение	2. фильтр проекции
3. маска слоя	4. фильтр текстуры

Задание №28.

Число модификаций в Inkscape инструмента трансформации геометрических тел.

1. 3	2. 6
3. 4	4. 5

Задание №29.

Для создания динамики изменения место положения геометрического плоского объекта в Gimp необходимо использовать фильтр «Плавный переход», для которого необходимым минимумом является наличие ... исходных слоёв.

1. 2	2. 4
3. 3	4. 5

Задание №30.

В системе компьютерной алгебры Maxima решается некоторая задача. Фрагмент этой реализации определяется следующим кодом:

```
eq1: 'diff(Ca(t),t)=-k1·Ca(t) $
eq2: 'diff(Cb(t),t)=k1·Ca(t)-k2·Cb(t) $
eq3: 'diff(Cc(t),t)=k2·Cb(t) $

atvalue(Ca(t),t=0,1) $
atvalue(Cb(t),t=0,0) $
atvalue(Cc(t),t=0,0) $
```

Что скрывается за этим фрагментом кода (последние три строчки)?

1. Описание переменных	2. Описание функций
3. Описание связей функций	4. Описание начальных данных

Задание №31.

Название настройки точности размещения геометрических объектов по отношению друг к другу и сетки координат в Inkscape.

1. Центрирование	2. Аппроксимация
3. Приближение	4. Прилипание

Задание №32.

Сопровождающий трёхгранник кривой содержит ... обязательных параметров.

1. 4	2. 8
3. 6	4. 10

Задание №33.

Какой формат растрового изображения позволяет описывать динамику движения геометрических тел на сцене?

1. pdf	2. tiff
3. bmp	4. gif

Задание №34.

Какая команда в Inkscape позволяет создать одну или несколько копий геометрического тела, изменение и цвет которых зависит и меняется от исходного геометрического тела, но не наоборот?

1. вырезать → вставить	2. копировать → вставить
3. создать клон	4. разгруппировать

Задание №35.

Название команды, позволяющей в Gimp осуществлять взаимное проникновение двух графических слоёв.

1. добавить маску слоя	2. виньетирование
3. слой к размеру изображения	4. альфа-канал в выделение

2) открытые задания:

ПК-2.1.

Задание №36.

В двух точках кривой известны радиусы соприкасающихся окружностей:

$\rho_1 = 8$ и $\rho_2 = \frac{1}{2}$. Чему равняется произведение кривизн в этих точках?

Задание №37.

Чему равняется значение эволюты в точке $t = \pi$, если $r(t) = \sin t e_1 + \cos t e_2$.

Задание №38.

Главные кривизны в точке поверхности соответственно равны 2 и 4. Чему равна гауссова кривизна в этой точке поверхности.

Задание №39.

Кривая в пространстве определяется $r(t) = t e_1 + t^2 e_2 + (1 + t) e_3$. Чему равняется значение кручения, если параметр $t = 1$.

Задание №40.

Первая основная квадратичная форма поверхности определяется в окрестности некоторой точки:

$$3du^2 + 18 du dv + 27dv^2.$$

Чему равен угол между координатными линиями в этой точке?

Задание №41.

Поверхность в некоторой точке М является эллиптической. Тогда гауссова кривизна удовлетворяет соотношению:

Задание №42.

Первая главная кривизна поверхности в точке равна 2. Чему равняется значение второй главной кривизны поверхности в этой же точке, если известно, что она является точкой закругления?

Задание №43.

Коэффициенты первой квадратичной формы поверхности в точке соответственно равны:

$$g_{11} = 4, g_{12} = 2, g_{22} = 1.$$

Чему равен угол (в градусах) между координатными u-линиями и v-линиями?

Задание №44.

Исследовать на непрерывность эволюту $a(t) = (\cos t; \sin t)$ плоской кривой в точке $t = \pi/4$. В ответе укажите тип точки (одно слово).

Задание №45.

Определите значение кручения кривой, если вектора r', r'', r''' радиус-вектора кривой $r = r(t)$ коллинеарны.

Задание №46.

Первая основная квадратичная форма поверхности определяется в окрестности некоторой точки:

$$3du^2 + 18 du dv + 27dv^2.$$

Чему равен угол между координатными линиями в этой точке?

ПК-2.2.

Задание №47.

Какой получится результат при реализации механизма «Оконтурить объект» + «Текстура по контуру» при наличии любого геометрического объекта в буфере обмена, если работа проводится в графическом редакторе Inkscape при настройках по умолчанию. (Дайте расширенный ответ – 5 слов)

Задание №48.

Если в приложении Inkscape требуется использовать альтернативную декартовой систему координат, то она будет именоваться ... (В ответе укажите название – два слова).

Задание №49.

Какой математический механизм используется в Inkscape при реализации механизма «Сгруппировать» $\Leftrightarrow$ «Разгруппировать». (В ответе укажите название операции – три слова).

Задание №50.

При решении задачи Коши $\begin{cases} y' = y - y^2 \\ y(0) = 0,1 \end{cases}$ графическим методом на отрезке $[0;1]$ с шагом 0,1 укажите последнюю узловую точку метода Рунге-Кутты. (В ответе результат округлите до 10^{-7})

Задание №51.

При реализации команды Maxima: `rk([equation],[x],[0.1],[t,0.8,0.01])` укажите количество узловых вершин расчётной матрицы, если $x = x(t)$.

Задание №52.

Для хранения растрового изображения размером 128×128 пикселей отвели 16 Кбайт памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

Задание №53.

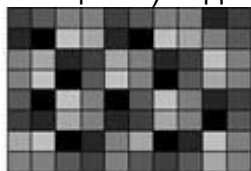
Графический файл содержит черно-белое изображение (без градаций серого) размером 200×200 точек. Какой информационный объем этого файла? Ответ дайте в байтах.

Задание №54.

Во сколько раз файл (без сжатия), содержащий 4-цветное изображение размера 128×128 пикселей больше файла (без сжатия), содержащий 256-цветное изображение размера 32×32 пикселей?

Задание №55.

Подсчитать объём видеопамати, необходимый для хранения чёрно-белого изображения (с 256 градациями серого цвета) вида:



Ответ дайте в битах.

Задание №56.

Во сколько раз и как изменится объём памяти, занимаемой растровым изображением, если в процессе его преобразования количество цветов уменьшилось с 65536 до 16?

Задание №57.

Команда ... позволяет в приложении Inkscape создавать более сложные геометрические объекты из имеющихся примитивов, причём обратимым образом.

Задание №58.

Команда ... позволяет в приложении Inkscape любую текстовую информацию расположить вдоль любой заданной кривой, причём обратимым образом.

Задание №59.

Какой параметр функции `draw3d` в программном пакете Maxima обязателен для построения кривой в пространстве по вычисленным узловым точкам.

Задание №60.

Имеется ли возможность в приложении Gimp без сохранения графической информации просмотреть динамику движения геометрических тел на сцене? (в ответе укажите нет, в случае отрицательного ответа, или название команды, в случае положительного ответа)

Задание №61.

Чтобы решить задачу графического представления функциональной зависимости между переменными на заданных областях в программном комплексе Maxima используется функция

Задание №62.

Название инструмента Inkscape, позволяющего к геометрическому объекту одновременно применить операции масштабирования, поворота и сдвига.

Задание №63.

В результате применения команды ... над множеством, состоящем из ... одинаковых эллипсов (отличающихся местоположением), был получен геометрический объект вида:



(В ответе укажите цифрой число эллипсов и оригинальное название команды)

Задание №64.

Графическое решение начальной задачи для системы дифференциальных уравнений строиться на отрезке $[0;10]$. Фрагмент её реализации приведён:

`B:0.5$`

```
eq1:-(B+1)*(y0)+(y0)^2*(y1)+1$
```

```
eq2:B*(y0)-(y0)^2+1$
```

```
load("dynamics")$
```

```
solution: rk([eq1,eq2],[y0,y1],[1,1],t_range)$
```

```
N:length(solution)$
```

```
t:makelist(solution[k][1],k,1,N)$
```

```
y0:makelist(solution[k][2],k,1,N)$
```

```
y1:makelist(solution[k][3],k,1,N)$
```

```
load("draw")$
```

```
draw2d(title="Fluctuations",xlabel="t",ylabel="y0,y1",grid=true,  
points_joined=true,color=red,points(t,y0),color=green,points(t,y1));
```

Опишите значение параметра «t_range», если шаг построения решений берётся равным 0,1.

Задание №65.

Начальная задача для системы дифференциальных уравнений в системе компьютерной алгебры Maxima определяется следующим образом:

```
eq1:y·z$
eq2:-x·z$
eq3:-0.51·x·y$

load("dynamics")$
TT: rk([eq1,eq2,eq3],[x,y,z],[1,2,3],[t,0,4,0.1])$

N:length(TT)$

xx:makelist(TT[k][2],k,1,N)$
yy:makelist(TT[k][3],k,1,N)$
zz:makelist(TT[k][4],k,1,N)$

load(draw)$
draw3d(xlabel="x",ylabel="y",zlabel="z",grid=true,points_joined=true,points(xx,yy,zz));
```

Укажите начальные условия. (В ответе укажите число равное произведению начальных условий)

Задание №66.

Для применения фильтра анимации «Выжигание» в Gimp необходимым условием является наличие ... слоёв, на одном из которых (передний план) необходимо наличие ... (В ответе укажите число слоёв цифрой и название необходимого свойства – два слова)

Задание №67.

Какой математический механизм используется в Inkscape при реализации механизма «Сгруппировать» ⇔ «Разгруппировать». (В ответе укажите название операции – три слова).

Задание №68.

Графический файл содержит черно-белое изображение (без градаций серого) размером 200*200 точек. Какой информационный объем этого файла? Ответ дайте в байтах.

Задание №69.

Во сколько раз файл (без сжатия), содержащий 4-цветное изображение размера 128*128 пикселей больше файла (без сжатия), содержащий 256-цветное изображение размера 32*32 пикселей?

Задание №70.

Графическое решение начальной задачи для системы дифференциальных уравнений строится на отрезке [0;10]. Фрагмент её реализации приведён:

```
B:0.5$

eq1:-(B+1)·(y0)+(y0)^2·(y1)+1$
eq2:B·(y0)-(y0)^2+1$
```

```

load("dynamics")$
solution: rk([eq1,eq2],[y0,y1],[1,1],t_range)$

N:length(solution)$

t:makelist(solution[k][1],k,1,N)$

y0:makelist(solution[k][2],k,1,N)$
y1:makelist(solution[k][3],k,1,N)$

load("draw")$
draw2d(title="Fluctuations",xlabel="t",ylabel="y0,y1",grid=true,
points_joined=true,color=red,points(t,y0),color=green,points(t,y1));

```

Опишите значение параметра «t_range», если шаг построения решений берётся равным 0,1.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

- 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):
 - 1 балл – указан верный ответ;
 - 0 баллов – указан неверный ответ.
- 2) Задания закрытого типа (множественный выбор):
 - 2 балла – указаны все верные ответы;
 - 0 баллов – указан хотя бы один неверный ответ.
- 3) Задания закрытого типа (на соответствие):
 - 2 балла – все соответствия определены верно;
 - 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.
- 4) Задания открытого типа (короткий текст):
 - 2 балла – указан верный ответ;
 - 0 баллов – указан неверный ответ.
- 5) Задания открытого типа (число):
 - 2 балла – указан верный ответ;
 - 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).